Übungsblatt 6.

zu bearbeiten bis: **Freitag, 02.11.2018, 12:00 Uhr.**

Aufgabe 1 (Binomialverteilung | 4 Punkte).

a) Bei einer bestimmten Malariaschutzimpfung treten im Mittel in 0.5% aller Fälle Negativreaktionen auf.

   Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei 500 Impfungen Negativreaktionen beobachtet werden. Wie gross ist die durchschnittliche Anzahl der Negativreaktionen?

b) Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Ereignis A bei vier unabhängigen Versuchen mindestens einmal eintritt, sei 0.5904. Dabei sei das Eintreten von A bei jedem Versuch gleichwahrscheinlich.

   Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieses Ereignis A mindestens zweimal eintritt?

Aufgabe 2 (Stetige Verteilungen | 3 Punkte).

Sei $\alpha > 1$ und

$$f(x) = \begin{cases} \kappa x^{-\alpha}, & \text{für } x \geq 1; \\ 0, & \text{für } x < 1. \end{cases}$$

Bestimmen Sie κ so, dass f die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsgrösse X ist. Bestimmen Sie ausserdem den Erwartungswertvon X.

Aufgabe 3 (Gleichverteilung I | 4 Punkte).

Sei X eine auf dem Intervall $[-1, 2]$ gleichverteilte Zufallsgrösse. Bestimmen Sie

$$P(-0.5 \leq X \leq 1.3), \quad P(X^2 \in [0.25, 2.89)) \quad \text{und} \quad P(|X| > 0.6).$$

Was ist der Erwartungswert von X?

Aufgabe 4 (Konvergenz von Zufallsgrössen | 5 Punkte).

a) Sei X_n eine auf $\{1, \ldots, n\}$ verteilte Zufallsgrösse mit $P(X = k) = \frac{1}{n}$, $k = 1, \ldots, n$. Zeigen Sie: Für $n \to \infty$ ist $\frac{X_n}{n}$ gleichverteilt auf dem Interval $[0, 1]$, das heisst, $P\left(\frac{X_n}{n} \leq x\right) \to x$ mit $x \in [0, 1]$.

b) Sei X_n eine auf $\{1, \ldots, n\}$ verteilte Zufallsgrösse mit $P(X = k) = \frac{2n-2k-1}{n^2}$. Zeigen Sie, dass für $x \in [0, 1]$ gilt:

$$\lim_{n \to \infty} P\left(\frac{X_n}{n} \leq x\right) = \int_0^x (2 - 2y)\,\mathrm{d}y.$$