Universität Basel

Prof. Dr. H. Harbrecht

Einführung in die Statistik Herbstsemester 2018

Übungsblatt 1.

zu bearbeiten bis: **Freitag, 28.09.2018, 12:00 Uhr.**

Aufgabe 1 (Mengen | 4 Punkte).

Gegeben seien jeweils zu einer Menge Ω reeller Zahlen zwei Teilmengen A und B. Geben Sie jeweils die Mengen

$$\overline{A}, \quad \overline{B}, \quad A \cap B, \quad A \cup B, \quad \overline{A \cap B}, \quad \overline{A} \cup \overline{B}, \quad A \cap \overline{B}, \quad (\overline{A} \cup \overline{B}) \cap B, \quad A \cap \overline{(B \cap \overline{A})}$$

an, für:

a) $\Omega = \{1, 2, \ldots, 10\}$, $A = \{4, 5, 8, 9\}$, $B = \{1, 2, 3\}$.

b) $\Omega = [-2, 2]$, $A = (-1, 1)$, $B = [\frac{1}{2}, 2)$.

c) $\Omega = \mathbb{R}$, $A = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 2\}$, $B = (-1, \infty)$.

Aufgabe 2 (Ereignisse I | 4 Punkte).

Beim monatlichen Vergleich zweier Technologieaktien wird für jede Aktie festgestellt, ob es zu einem Gewinn von mindestens 3% kam, ob sich ein Verlust um mehr als 3% ergab oder ob die Aktie sich dazwischen bewegte, es also keine signifikanten Änderungen gab.

a) Geben Sie alle Elementarereignisse an.

b) Stellen Sie die folgenden Ereignisse mit Hilfe der Elementarereignisse dar:

A: Beide Aktien erzielen einen signifikanten Kursgewinn.
B: Keine der beiden Aktien veränderte sich signifikant.
C: Höchstens eine der beiden Aktien verschlechterte sich signifikant.
D: Mindestens eine der beiden Aktien verschlechterte sich signifikant.

c) Welche Bedeutung haben die Ereignisse $E_1 = A \cup C, E_2 = A \cup D, E_3 = A \cap C, E_4 = A \cap \overline{C}$ und $E_5 = \overline{A \cap D}$?

Aufgabe 3 (Ereignisse II | 4 Punkte).

Sei Ω eine Menge, $\mathcal{A}$ eine σ-Algebra auf Ω sowie $A_1, \ldots, A_n \in \mathcal{A}$. Beschreiben Sie für $1 \leq k \leq n$ die folgenden Ereignisse mengentheoretisch:

a) Genau eines der Ereignisse $A_1, \ldots, A_n$ tritt ein.

b) Genau k der Ereignisse $A_1, \ldots, A_n$ treten ein.

c) Mindestens k der Ereignisse $A_1, \ldots, A_n$ treten ein.

d) Höchstens k der Ereignisse $A_1, \ldots, A_n$ treten ein.

Aufgabe 4 (σ-Algebren | 4 Punkte)**.**

a) Geben Sie alle auf der Menge $\Omega = \{1, 2, 3\}$ möglichen σ-Algebren an.

b) Sei $\Omega = [0, \infty)$. Ist $\mathcal{A} = \{[a, b) : 0 \leq a \leq b < \infty\} \cup \{[a, \infty) : 0 \leq a < \infty\}$ eine σ-Algebra?

c) Sei $\Omega = [0, \infty)$. Ist $\mathcal{B} = \{\bigcup_{k=1}^{n} A_k : n \in \mathbb{N}, A_k \in \mathcal{A}\ \}$ eine σ-Algebra ($\mathcal{A}$ sei dabei gegeben wie in der vorherigen Teilaufgabe)?