

Serie 10

Matlab - function handle, Repetition

zur 48. KW (29.11. – 3.12.2021)

Aufgabe 10.1 (1.5 Punkte): Schau dir die Folien genau an und löse dann folgende Aufgabe. Implementiere die Funktion

$$f(x) = x^2,$$

indem du sie direkt als function-handle definierst. Zeichne die Funktion im Bereich von $[-2, 2]$. Beschrifte die Achsen und füge einen Titel hinzu.

Aufgabe 10.2 (4 Punkte): Das Heron-Verfahren oder babylonische Wurzelziehen ist ein Verfahren zur Berechnung einer Näherung der Quadratwurzel x einer Zahl a (es ist ein Spezialfall des Newton-Verfahrens für die Nullstelle der quadratischen Funktion $f(x) = x^2 - a$). Man führt die folgende Iterationsvorschrift aus:

$$x_{n+1} = \frac{x_n + \frac{a}{x_n}}{2}, \quad n = 0, 1, \dots$$

Man sieht unmittelbar, dass diese Folge sich nicht mehr verändern würde, wenn ein x_n die Quadratwurzel von a wäre.

Dass die Folge für geeignete Startwerte x_0 gegen die Lösung konvergiert, wird in der Vorlesung *Einführung in die Numerik* bewiesen. Wir wenden das Verfahren hier einfach an.

- Gesucht ist die Quadratwurzel von 2. Wähle einen geeigneten Startwert x_0 und führe die Iteration *solange* durch, *bis* der absolute Fehler $|x_{n+1}^2 - 2|$ kleiner ist als 10^{-8} . Schreibe dazu eine Matlab-Funktion `x_n = Heron(x0)`.
- Verallgemeinere nun die Funktion `Heron` aus a) so, dass sie auch für die Quadratwurzel einer beliebigen Zahl $a > 0$ verwendet werden kann.
- Verändere die Funktion `Heron` so, dass du zusätzlich die Anzahl an Iterationen als Rückgabewert erhältst. Teste deine Funktion für $a = 2$ und $x_0 = 1.7$, sowie für $a = 5$ und $x_0 = 2.5$.

Aufgabe 10.3 (4.5 Punkte): Das Ziel dieser Aufgabe ist es, die erste und die zweite Ableitung einer Funktion numerisch zu approximieren.

Für ein festes $h > 0$ können wir zur Approximation der ersten Ableitung den (rechtsseitigen) Differenzenquotienten erster Ordnung

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

verwenden. Zur Approximation der zweiten Ableitung können wir den Differenzenquotienten zweiter Ordnung

$$f''(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2}$$

verwenden.

Schreibe eine Funktion `[df,d2f] = Differenzenquotient(x, h, f)`, die für einen gegebenen Vektor `x`, eine Schrittweite `h` und ein function handle `f` die beiden Differenzenquotienten berechnet.

Teste dein Programm mit Hilfe der Funktion $f(x) = \sin(x)$ für $x \in [0, 5]$ (Schrittweite $h = 0.1$).

Zeichne anschliessend die exakten Ableitungen und die Approximationen durch die Differenzenquotienten sowie den Absolutbetrag des Fehlers, den wir bei der Approximation der jeweiligen Ableitung machen, mit `subplot` nebeneinander. Speichere die Grafik als .png-Datei. Wie gross ist der maximale Fehler, den wir bei beiden Differenzenquotienten machen? Wie gross ist er für $h = 0.01$ und $h = 0.001$?

Bonus-Aufgabe: Um optimal auf das Praktikum nächste Woche vorbereitet zu sein, lade auf `asknet.unibas.ch` Maple herunter.