# Serie 10

Matlab - function handle, Repetition

zur 48. KW (27.11. − 30.11.2023)

**Augabe 10.1 (1.5 Punkte)**: Schau dir die Folien genau an und löse dann folgende Aufgabe. Implementiere die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{2}\left(\sin\left(-\frac{\pi}{2} + \pi x^4\right) + 1\right),$$

indem du sie direkt als function-handle definierst. Zeichne die Funktion im Bereich von $[0, 1]$. Beschrifte die Achsen und füge einen Titel hinzu.

**Aufgabe 10.2 (4 Punkte)**: Das Heron-Verfahren oder babylonische Wurzelziehen ist ein Verfahren zur Berechnung einer Näherung der Quadratwurzel $x$ einer Zahl $a$ (es ist ein Spezialfall des Newton-Verfahrens für die Nullstelle der quadratischen Funktion $f(x) = x^2 - a$). Die folgende Iterationsvorschrift wird ausgeführt:

$$x_{n+1} = \frac{x_n + \frac{a}{x_n}}{2}, \quad n = 0, 1, \ldots.$$

Unmittelbar wird ersichtlich, dass diese Folge sich nicht mehr verändern würde, wenn ein $x_n$ die Quadratwurzel von $a$ wäre.
Dass die Folge für geeignete Startwerte $x_0$ gegen die Lösung konvergiert, wird in der Vorlesung *Einführung in die Numerik* bewiesen. Wir wenden das Verfahren hier einfach an.

a) Gesucht ist die Quadratwurzel von 2. Wähle einen geeigneten Startwert $x_0$ und führe die Iteration *solange* durch, *bis* der absolute Fehler $\left|x_{n+1}^2 - 2\right|$ kleiner ist als $10^{-8}$. Schreibe dazu eine Matlab-Funktion `x_n = Heron(x0)`.

b) Verallgemeinere nun die Funktion `Heron` aus a) so, dass sie auch für die Quadratwurzel einer beliebigen Zahl $a > 0$ verwendet werden kann.

c) Verändere die Funktion `Heron` so, dass du zusätzlich die Anzahl an Iterationen als Rückgabewert erhältst. Teste deine Funktion für $a = 2$ und $x_0 = 1.7$, sowie für $a = 5$ und $x_0 = 2.5$.

**Aufgabe 10.3 (4.5 Punkte)**: Das Ziel dieser Aufgabe ist es, die erste und die zweite Ableitung einer Funktion numerisch zu approximieren.
Für ein festes $h > 0$ können wir zur Approximation der ersten Ableitung den (rechtsseitigen) Differenzenquotienten erster Ordnung

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

verwenden. Zur Approximation der zweiten Ableitung können wir den Differenzenquotienten zweiter Ordnung

$$f''(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2}$$

verwenden.
Schreibe eine Funktion `[df,d2f] = Differenzenquotient(x, h, f)`, die für einen gegebenen Vektor `x`, eine Schrittweite `h` und ein function handle `f` die beiden Differenzenquotienten berechnet.
Teste dein Programm mit Hilfe der Funktion $f(x) = \sin(x)$ für $x \in [0, 5]$ (Schrittweite $h = 0.1$).
Zeichne anschliessend die exakten Ableitungen und die Approximationen durch die Differenzenquotienten sowie den Absolutbetrag des Fehlers, den wir bei der Approximation der jeweiligen Ableitung machen, mit `subplot` nebeneinander. Speichere die Grafik als .png-Datei. Wie gross ist der maximale Fehler, den wir bei beiden Differenzenquotienten machen? Wie gross ist er für $h = 0.01$ und $h = 0.001$?

**Bonus-Aufgabe**: Um optimal auf das Praktikum nächste Woche vorbereitet zu sein, besorge dir auf `asknet.unibas.ch` einen Maple-Lizenzschlüssel und installiere damit Maple auf deinem Computer.

---

Allgemeine Informationen zum Praktikum befinden sich auf der Webseite
`http://cm.dmi.unibas.ch/teaching/praktikumI/praktikumI.html`