

Mathematik am Computer

Maple, Teil I

Marcus Grote und Helmut Harbrecht


Universität Basel

6. – 10. Dezember 2021

Übersicht

- 1 Grundsätzliches zu Maple-Kommandos, Variablen
- 2 Symbolisches Rechnen
- 3 Weitere Maple-Anwendungsgebiete
- 4 Visualisierung von Kurven und Oberflächen

Maple 2020

Maple  ist eine Mathematiksoftware für Algebra, Analysis, Numerik und viele andere mathematische Anwendungen.



New Document

Document: Um Dokumente zu erstellen, die eine Mischung aus Text und Maple-Programmen beinhalten können.



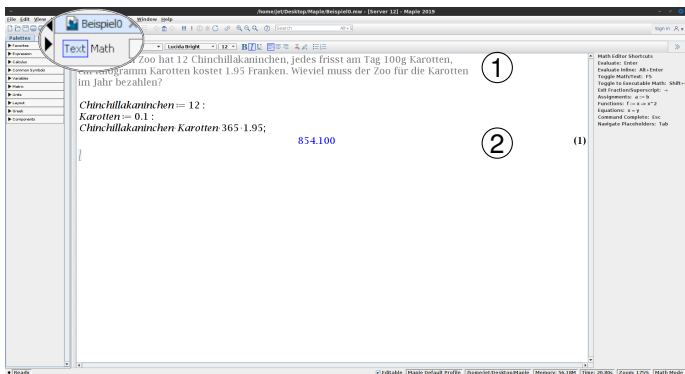
New Worksheet

Worksheet: Um in Maple zu programmieren.

[How do I choose?](#)

→ Mehr Informationen zu den Unterschieden.

Maple 2020



- ① **Text-Modus:** Reintext, Kommentare, Überschriften, etc.
- ② **Mathe-Modus:** Formel, Definitionen, Kommandos, etc.

Grundsätzliches zu Maple-Kommandos

- Die „ergibt“-Anweisung wird als `:=` geschrieben.
- Das Gleichheitszeichen `=` ist Vergleichsoperationen vorbehalten.
- Kommandos werden in einem Befehlsblock beendet/getrennt voneinander mit
 - Semikolon `;`: das Ergebnis wird angezeigt.
`var:=Wert oder arithmetischer Ausdruck;`
 - Doppelpunkt `::`: der Befehl wird ohne Anzeige durchgeführt.
`var:=Wert oder arithmetischer Ausdruck:`

Beispiel: Ein Zoo hat 12 Chinchillakaninchen, jedes frisst am Tag 100g Karotten, ein Kilogramm Karotten kostet 1.95 Franken. Wieviel muss der Zoo für die Karotten im Jahr bezahlen?














```
Chinchillakaninchen := 12:
Karotten := 0.1:
Chinchillakaninchen*Karotten*365*1.95;
```

ergibt
854.10.

Symbolisches Rechnen: Begriffsklärung

- Was bedeutet „Symbolisches Rechnen“?
Rechnen mit Variablen und höchstens teilweise mit konkreten Zahlen.
- Ursprünge von Maple: „Formelmanipulation“, Umformung von Ausdrücken am Computer.

Darstellung von Funktionen

Text Math C 2D Math Lucida Bright 12 B U             

Es gibt verschiedene Möglichkeiten:

- Variante 1 - als einfache Ergibtanweisung:

$$f(x) := \text{"Ausdruck mit x"};$$
 Beispiel: $f(x) := x^2 \ln(x);$

$$f(x) := x^2 \ln(x) \tag{1}$$
- Variante 2 - Darstellung als funktionaler Zusammenhang:

$$f := x \rightarrow \text{"Ausdruck mit x"};$$
 Beispiel: $f := x \rightarrow x^2 \ln(x);$

$$f := x \mapsto x^2 \ln(x) \tag{2}$$

Symbolisches Rechnen: Ausdrücke vereinfachen

Oftmals ist Maple „unwillig“, Ausdrücke so zu vereinfachen und darzustellen, wie wir es gewöhnt sind.

Beispiel: Der Aufruf von `diff(x^a, x)` ergibt leider

$$\frac{x^a a}{x}$$

Ausweg: Der Aufruf von `simplify(diff(x^a, x))` ergibt:

$$x^{a-1} a$$

Alternatives Vorgehen:

<code>result:=diff(x^a, x);</code>	oder	<code>diff(x^a, x);</code>
<code>simplify(result);</code>		<code>simplify(%);</code>

Das Prozentzeichen **%** ist der „Dito-Operator“ und verweist auf das zuletzt berechnete Ergebnis.

```
% last expression
%% second last expression
%%% third last expression
```


Symbolisches Rechnen: Ausdrücke vereinfachen

Text Math C 2D Math Lucida Bright 12 B I U

(partielle) Ableitung:
`diff(xa, x);`

$$\frac{x^a a}{x} \quad (1)$$

`simplify(diff(xa, x));`

$$x^{a-1} a \quad (2)$$

Weitere Beispiele:

- Taschenrechnermodus:
`simplify(sqrt(8)-2);`

$$2\sqrt{2} - 2 \quad (3)$$








- Vereinfachung trigonometrischer Funktionen:
`simplify(sin(x)2 + cos(x)2);`

$$1 \quad (4)$$

- Definition von tan(x):
`simplify(sin(x) / cos(x) - tan(x));`

$$0 \quad (5)$$

Anwendung von `evalf`

Text **Math** C 2D Math Lucida Bright 12 B U       

Berechne:

$\frac{1}{3} + \frac{1}{7};$

$$\frac{10}{21} \tag{1}$$

`evalf(%);`

$$0.4761904762 \tag{2}$$

Bestimmen von π : (Die Eingabe von Pi bringt π und nicht 3.14...)

Pi;

$$\pi \tag{3}$$

`evalf(Pi);`

$$3.141592654 \tag{4}$$

Bestimmen von e:

`exp(1);`

$$e \tag{5}$$

`evalf(exp(1));`

$$2.718281828 \tag{6}$$

Anzahl der Stellen:

`Digits := 14;`

`evalf(sqrt(3));`

$$1.7320508075689 \tag{7}$$

`evalf[14](sqrt(3));`

$$1.7320508075689 \tag{8}$$

Berechnung von Summen

Symbolisches Berechnen von Summen (?sum ruft die Maple Hilfe zum Befehl sum auf):

$$\text{sum}(f, k=m..n) \hat{=} \sum_{k=m}^n f_k$$

Beispiele:

The screenshot shows a Maple worksheet window with the following content:

Berechnung von Summen:

`sum(1, k = m..n);`

$$n + 1 - m \quad (1)$$

`sum(p, k = 1..n);`

$$n p \quad (2)$$

`sum(k, k = 1..n);`

$$\frac{(n+1)^2}{2} - \frac{n}{2} - \frac{1}{2} \quad (3)$$

`simplify(%);`

$$\frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n \quad (4)$$

Lösen von Gleichungen

Lösen von Gleichungen (?solve):

The screenshot shows a Maple window with the following content:

Text **Math** C 2D Math Lucida Bright 12 **B** **I** **U**

Lösen von Gleichungen:

`solve(a*x + b = 0, x);`

$$-\frac{b}{a} \quad (1)$$

`solve(a*x + b = 0, a);`

$$-\frac{b}{x} \quad (2)$$

`solve(cos(x) = 0);`

$$\frac{\pi}{2} \quad (3)$$

`solve(a*x^2 + b*x + c = 0, x);`

$$\frac{-b + \sqrt{-4ac + b^2}}{2a}, -\frac{b + \sqrt{-4ac + b^2}}{2a} \quad (4)$$

`solve(x^3 - 2*x^2 - x + 2);`

$$1, 2, -1 \quad (5)$$

`solve([3*x - y = -5, 2*x + 3*y = 4], [x, y]);`

$$[[x = -1, y = 2]] \quad (6)$$

Lösen von Gleichungen

Maple schreibt bei manchen Rechnungen die Ergebnisse mit der Funktion `RootOf` auf. Die expliziten Lösungen können mit dem Befehl `allvalues` angezeigt werden.

Manchmal wird aber `RootOf` auch benutzt, bei Gleichungen für die Maple keine Lösung hinschreiben kann.

```

Text Nonexecutable Math Math C 2D Math Times New Roman 12 B I U
sol1 := solve([x^2 + y^2 - 3, (y + 1)^2 - x - 1], [x, y])
sol1 := [[x = -RootOf(_Z^2 + 3_Z + 3) - 3, y = RootOf(_Z^2 + 3_Z + 3)], [x = RootOf(_Z^2 + _Z - 1) + 1, y = RootOf(_Z^2 + _Z - 1)]] (1)
allvalues(sol1)
[[[x = -3/2 - I*sqrt(3)/2, y = -3/2 + I*sqrt(3)/2], [x = sqrt(5)/2 + 1/2, y = sqrt(5)/2 - 1/2]], [[x = -3/2 - I*sqrt(3)/2, y = -3/2 + I*sqrt(3)/2], [x = -sqrt(5)/2 + 1/2, y = -sqrt(5)/2 - 1/2]], [[x = -3/2 + I*sqrt(3)/2, y = -3/2 - I*sqrt(3)/2], [x = sqrt(5)/2 + 1/2, y = sqrt(5)/2 - 1/2]], [[x = -3/2 + I*sqrt(3)/2, y = -3/2 - I*sqrt(3)/2], [x = -sqrt(5)/2 + 1/2, y = -sqrt(5)/2 - 1/2]]]
sol2 := solve(a*x^5 + b*x^4 + c*x^3 + d*x^2 + e*x + f, x)
sol2 := RootOf(a_Z^5 + b_Z^4 + c_Z^3 + d_Z^2 + e_Z + f) (3)
  
```

Visualisierung von Kurven

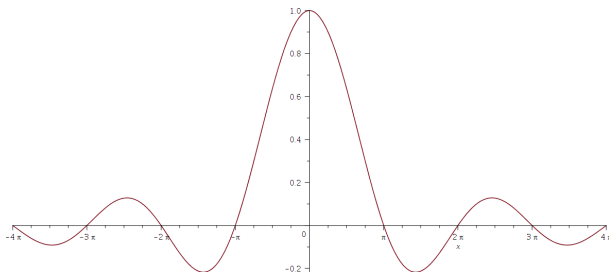
Variante 1: Gegeben sei eine (explizite) Funktion $y=f(x)$.

```
plot(f, x);
plot(f, x=x0..x1);
```

Parameters

f - expression in independent variable x
 x - independent variable
 x0 - left endpoint of horizontal range
 x1 - right endpoint of horizontal range

Beispiel: `plot(sin(x)/x, x=-4*Pi..4*Pi);`



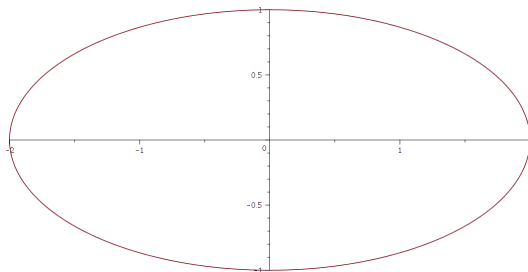
Visualisierung von Kurven

Variante 2: Gegeben sei eine Parameterdarstellung $x = x(t)$, $y = y(t)$.

```
plot([x(t), y(t), t=range of t],
     h, v, options);
```

Parameters
`[x, y, range]` - parametric specifications
`h` - horizontal range
`v` - vertical range
`options` - (optional) plot options; see plot/options

Beispiel: `plot([2*cos(t), sin(t), t=0..2*Pi]);`



Visualisierung von Flächen

Gegeben sei eine Darstellung einer Fläche durch $f(x, y)$.

```
plot3d(expr, x=a..b, y=c..d);
```

Beispiel: `plot3d(sin(x+y), x=-Pi..Pi, y=-Pi..Pi);`

