

Nichtkonforme und gemischte Finite-Element-Methoden

Frühlingssemester 2016
Prof. Dr. H. Harbrecht



Übungsblatt 11.

zu bearbeiten bis **Dienstag, 24.5.2016, 10:15 Uhr.**

Aufgabe 1. (Verzerrungstensor einer radialsymmetrischen Verschiebung)

Berechnen Sie in \mathbb{R}^3 den Verzerrungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$ für eine radialsymmetrische Verschiebung

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \rho(\|\mathbf{x}\|_2)\mathbf{x}.$$

(4 Punkte)

Aufgabe 2. (elastisches Lineal)

Wir betrachten ein auf dem Tisch stehendes Lineal, welches auf der Tischplatte fixiert sei. Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass es unendlich dünn sei, und in sich in der x - z -Ebene befinde. Ausserdem sei die Deformation eines Punktes (x, y, z) auf dem Lineal für kleines α vereinfacht gegeben durch

$$\varphi(x, y, z) = (xz \sin(\alpha), y, z \cos(\alpha)).$$

Berechnen Sie den zugehörigen Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$.

(4 Punkte)

Aufgabe 3. (Verzerrungstensor und Spannungstensor)

Drücken Sie den Verzerrungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$ durch den Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$ aus.

Hinweis. Leiten Sie zunächst eine Beziehung zwischen $\text{Spur}(\boldsymbol{\varepsilon})$ und $\text{Spur}(\boldsymbol{\sigma})$ her.

(4 Punkte)

Aufgabe 4. (Greensche Formel)

Impliziert $\text{div } \mathbf{u} = 0$ die Relation $\text{div } \boldsymbol{\sigma} = 0$, oder gilt die Umkehrung?

Hinweis. Der Zusammenhang zwischen $\text{div } \mathbf{u}$ und $\text{Spur}(\boldsymbol{\varepsilon})$ ist nützlich.

(4 Punkte)