



### Übungsblatt 3.

zu bearbeiten bis: **Freitag, 12.10.2018, 12:00 Uhr.**

#### Aufgabe 1 (Satz von Bayes | 4 Punkte).

Im Rahmen einer Studie werden Schüler befragt, ob sie schon einmal abgeschrieben haben. Um Anonymität zu gewährleisten, benutzt man das folgende Verfahren: Jeder Befragte wirft erst einmal im Geheimen für sich einen fairen Würfel. Hat er eine Eins gewürfelt, so antwortet er immer mit Nein, im Falle einer Sechs immer mit Ja. In allen anderen Fällen sagt er die Wahrheit. Wir nehmen an, dass sich alle an diese Anweisung halten. In der Umfrage antworten schliesslich  $\frac{2}{3}$  der Teilnehmer mit Ja.

- Wie hoch ist der Anteil der Schüler, die schon einmal gespickt haben?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler, der in der Umfrage mit Ja geantwortet hat, tatsächlich schon einmal abgeschrieben hat?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass jemand, der mit Nein geantwortet hat, wirklich noch nie abgeschrieben hat?

#### Aufgabe 2 (totale Wahrscheinlichkeit I | 4 Punkte).

Die Herstellung von Glühbirnen sei zufälligen Ereignissen unterworfen, sodass sich alle Glühbirnen in drei Qualitätsstufen unterteilen. Die einzelnen Qualitätsstufen unterscheiden sich dadurch, dass die Wahrscheinlichkeit für die Lebensdauer einer Glühbirne von mehr als 5000 Stunden gleich 0.8 für die höchste, 0.5 für die mittlere und 0.2 für die niedrigste Qualitätsstufe beträgt. Die Anteile der einzelnen Qualitätsstufen an der Gesamtproduktion verhalten sich – in dieser Reihenfolge – wie 17 : 2 : 1.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Lebensdauer einer zufällig herausgegriffenen Glühbirne grösser als 5000 Stunden?
- Eine zufällig herausgegriffene Glühbirne habe weniger als 5000 Stunden funktioniert. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie nicht die höchste Qualitätsstufe besass?

#### Aufgabe 3 (bedingte Wahrscheinlichkeit | 4 Punkte).

Eine Versicherung ermittelte, dass bei Verkehrsunfällen von PKW-Fahrern, die angegurtet waren, nur 8% schwere Kopfverletzungen aufwiesen. Bei nichtangeschnallten Fahrern betrug dieser Anteil 38%. Trotz Anschnallpflicht legen noch immer 15% aller PKW-Fahrer keinen Gurt an.

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einem Unfall ein PKW-Fahrer eine schwere Kopfverletzung erleidet?
- Nach einem Unfall musste ein PKW-Fahrer mit einer schweren Kopfverletzung in ein Krankenhaus eingeliefert werden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hatte er keinen Gurt angelegt?

**Aufgabe 4** (totale Wahrscheinlichkeit II | 4 Punkte).

Eine Mietwagenfirma verfüge über 300 Fahrzeuge eines bestimmten Types, die jährlich nach folgenden Regeln erneuert werden:

Ein Wagen werde bereits nach einem Jahr erneuert, wenn er in dieser Zeit mehr als 20 000 km gefahren wurde, andernfalls wird er im darauffolgenden Jahr erneuert. Erfahrungsgemäss weisen 40% der Wagen nach ihrem ersten Jahr einen Kilometerstand von mehr als 20 000 km auf.

Bestimmen Sie den Anteil der zu erneuernden Wagen nach  $k$  Jahren, falls zu Beginn des ersten Jahres 300 Neuwagen vorhanden sind. Gegen welchen Wert streben diese Anteile?